

Zadání příkladu:

Velkoobchod dostává balíčky sušenek, o jejichž hmotnosti předpokládáme, že mám normální rozdělení s neznámou střední hodnotou μ a směrodatnou odchylkou $\sigma = 5\text{g}$.

Z velké dodávky bylo náhodně vybráno 30 balíčků ke kontrole. Jejich průměrná hmotnost je 150,4 g.

Určete, v jakých mezích lze očekávat střední hmotnost balíčku se spolehlivostí 95 %?

Řešení:

$$\sigma = 5 \quad \bar{x} = 150,4 \quad 1-\alpha = 0,95 \quad n = 30$$

$$P\left(\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(150,4 - u_{1-\frac{0,05}{2}} * \frac{5}{\sqrt{30}} < \mu < 150,4 + u_{1-\frac{0,05}{2}} * \frac{5}{\sqrt{30}}\right) = 1 - 0,05$$

Compute variable → IDF.NORMAL(0.975,0,1)

$$P\left(150,4 - 1,96 * \frac{5}{\sqrt{30}} < \mu < 150,4 + 1,96 * \frac{5}{\sqrt{30}}\right) = 0,95 \rightarrow P(148,61 < \mu < 152,19) = 0,95$$

Se spolehlivostí 95 % lze očekávat střední hodnotu balíčku v mezích 148,61 a 152,19 gramů.

Zadání příkladu

Z časového snímku určité montážní operace vyplývá, že bylo provedeno 12 pozorování a zjištěny tyto údaje:

47,9 38,4 45,2 46,1 43,5 39,3 49,7 48,3 41,9 43,8 37,2 46,7

Sestrojte 90% oboustranný interval spolehlivosti pro očekávanou délku montáže, předpokládáme normalitu rozdělení délky montáže

Poznámka: Očekávaná hodnota = střední hodnota!!!

Řešení:

Malý výběr s neznámým rozptylem σ^2

$$P\left(\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) * \frac{s_x}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) * \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Směrodatná odchylka a průměr → analyze → descriptive → frequencies → std. Deviation + mean

$s_x = 4,08679$ $\bar{x} = 44$

kvantil studenta → compute variable → IDF.T(0.95,11) = 1,8

$$P\left(44 - 1,8 * \frac{4,08679}{\sqrt{12}} < \mu < 44 + 1,8 * \frac{4,08679}{\sqrt{12}}\right) = 0,9 \rightarrow P(41,88 < \mu < 46,12) = 0,9$$

Dovětek: jaká by byla maximální očekávaná délka montáže se spolehlivostí 0,99

$$P\left(\mu < \bar{x} - t_{1-\alpha}(n-1) * \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \rightarrow P\left(\mu < 44 - t_{1-0,01}(12-1) * \frac{4,08679}{\sqrt{12}}\right) = 1 - 0,01 \rightarrow$$

$$P\left(\mu < 44 - 2,72 * \frac{4,08679}{\sqrt{12}}\right) = 0,99 \rightarrow P(\mu < 40,79) = 0,99$$

Se spolehlivostí 99 % bude maximální délka montáže rovna 40,79 vteřin

Zadání příkladu:

U 200 náhodně vybraných výrobků byla zjištěna průměrná spotřeba materiálu na 1 výrobek $\bar{x} = 150$ a rozptyl $s'^2 = 25$. Víme, že spotřeba materiálu se řídí normálním rozdělením. Určete, v jakých mezích lze očekávat střední spotřebu materiálu na 1 výrobek se spolehlivostí 95 %.

Řešení:

$$n = 200 \quad \bar{x} = 150 \quad s'^2 = 25 \quad 1 - \alpha = 0,95$$

$$P\left(\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s'}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s'}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \rightarrow$$

$$P\left(150 - u_{1-\frac{0,05}{2}} * \frac{5}{\sqrt{200}} < \mu < 150 + u_{1-\frac{0,05}{2}} * \frac{5}{\sqrt{200}}\right) = 1 - 0,05 \rightarrow$$

$$P\left(150 - 1,96 * \frac{5}{\sqrt{200}} < \mu < 150 + 1,96 * \frac{5}{\sqrt{200}}\right) = 0,95 \rightarrow P(149,31 < \mu < 150,69) = 0,95$$

Se spolehlivostí 95 % bude střední spotřeba materiálu v mezích 149,31 a 150,69

Pokračování příkladu:

S 95 % spolehlivostí odhadněte, v jakých mezích se bude pohybovat **celková** spotřeba materiálu, jestliže se předpokládá, že se následujícím obdobím se vyrobí 2000 ks tohoto výrobku

$$P(149,31 * 2000 < \mu < 150,69 * 2000) = 0,95 \rightarrow P(298\,620 < \mu < 301\,380) = 0,95$$

Celková spotřeba materiálu se bude, se spolehlivostí 95 %, v mezích 298 620 a 301 380 jednotkami.

Zadání příkladu:

Určitá firma má v úmyslu zavést donáškovou službu. Náhodně vybrala 100 domácností a zjistila, že 30 domácností by o tuto službu mělo zájem. Sestrojte 95% interval spolehlivosti pro **minimální** podíl zájemců o tuto službu.

Řešení:

$$m = 30 \quad n = 100 \quad 1 - \alpha = 0,95 \quad N = 100 \quad M = 30$$

minimální = levostranný

podmínka:

- $n * \pi * (1 - \pi) > 9 \rightarrow 100 * 0,3 * (1 - 0,3) > 9 \rightarrow 21 > 9 \rightarrow$ můžeme použít levostranný odhad

$$P\left(p - u_{1-\alpha} * \sqrt{\frac{p*(1-p)}{n}} < \pi\right) = 1 - \alpha \rightarrow p = \frac{m}{n} = 0,3 \rightarrow P\left(0,3 - u_{0,95} * \sqrt{\frac{0,3*(1-0,3)}{100}} < \pi\right) = 0,95 \rightarrow$$

$$P\left(0,3 - 1,64 * \sqrt{\frac{0,3*(1-0,3)}{100}} < \pi\right) = 0,95 \rightarrow P(0,224846 < \pi) = 0,95$$

Se spolehlivostí 95 % je minimální podíl zájemců o tuto službu 22,4846 %

Pokračování:

Jaký by byl se spolehlivostí 95 % minimální domácností, které mají zájem o donáškovou službu, jestliže předpokládáme dosah na 5000 domácností?

$$5000 * 0,224846 = 1124,23 \rightarrow 1125 \text{ domácností}$$

Zadání příkladu:

Při průjezdu přes most bylo kontrolována rychlost jízdy 100 vozidel. Bylo zjištěno, že 24 vozidel překročilo nejvyšší povolenou rychlost. Dále bylo z výsledků vypočtena průměrná rychlost jízdy 65 km/h a výběrová směrodatná odchylka 7 km/h. Předpokládáme že rychlost jízdy má normální rozdělení.

Sestrojte 95% interval spolehlivosti:

- Pro průměrnou rychlost vozidel přejíždějících most.
- Pro podíl vozidel, překračujících na mostě nejvyšší povolenou rychlost.

$$N = 100 \quad M = 24 \quad n = 100 \quad m = 24 \quad \bar{x} = 65 \quad s' = 7 \quad \alpha = 0,05$$

Řešení pro a):

$$P\left(\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s'}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{s'}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \rightarrow$$

$$P\left(65 - u_{0,975} * \frac{7}{\sqrt{100}} < \mu < 65 + u_{0,975} * \frac{7}{\sqrt{100}}\right) = 0,95 \rightarrow u_{0,975} = 1,96$$

$$P(63,628 < \mu < 66,372) = 0,95 \rightarrow \text{se spolehlivostí 95 \% bude průměrná rychlost vozidel mezi...}$$

Řešení pro b):

$$\pi = p = 24/100 = 0,24$$

$$n * \pi * (1 - \pi) > 9 \rightarrow 18,24 > 9 \rightarrow \text{podmínka splněna}$$

$$P\left(p - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{p*(1-p)}{n}} < \pi < p + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{p*(1-p)}{n}}\right) = 1 - \alpha \rightarrow$$

$$P\left(0,24 - 1,96 * \sqrt{\frac{0,24*(1-0,24)}{100}} < \pi < 0,24 + 1,96 * \sqrt{\frac{0,24*(1-0,24)}{100}}\right) = 0,95 \rightarrow$$

$$P(0,156291 < \pi < 0,323708) = 0,95 \rightarrow \text{se spolehlivostí 95 \% můžeme konstatovat že podíl vozidel, které na mostě překročí maximální povolenou rychlost se bude pohybovat v intervalu 15,63 \% a 32,37 \%}$$

Zadání příkladu:

Při sociologickém průzkumu je třeba odhadnout průměrnou výši úspor dvojic uzavírajících manželství. Požadujeme spolehlivost 95 %, maximální přípustná chyba odhadu je 200 Kč. Máme informaci o variabilitě úspor, která říká, že směrodatná odchylka úspor činí 2500 Kč.

Stanovte potřebný rozsah výběru pro provedení takového průzkumu.

$$\alpha = 0,05 \quad \Delta = 200 \quad \sigma = 2500$$

řešení:

$$n \geq \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \sigma^2}{\Delta^2} \rightarrow n \geq \frac{1,96^2 \cdot 2500^2}{200^2} \rightarrow n \geq 600,25 \rightarrow n \geq 601$$

K zajištění požadované přesnosti a spolehlivosti je potřebný rozsah výběru roven 601 dvojicím uzavírajícím manželství

Zadání příkladu

Určete rozsah výběru osob, kterého by bylo zapotřebí ke zjištění – se spolehlivostí 0,95 a chybou 0,02 – podílu kuřáků, předpokládá-li se, že tento podíl bude okolo 30 %

Řešení:

$$\alpha = 0,05 \quad \Delta = 0,02 \quad p = 0,3$$

$$n \geq \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot p \cdot (1-p)}{\Delta^2} \rightarrow n \geq \frac{1,96^2 \cdot 0,3 \cdot (1-0,3)}{0,2^2} \rightarrow n \geq 2016,84 \rightarrow n \geq 2017$$

Od minimálně 2017 respondentů musíme získat odpovědi pokud požadujeme zmíněnou přesnost a spolehlivost

zadání příkladu

sestrojte oboustranný 95% interval spolehlivosti pro rozptyl normálně rozdělené náhodné veličiny na základě následujících údajů – jsou zadány tyto hodnoty:

42; 48; 60; 43; 36; 50; 52; 38; 56; 45

Řešení:

$$\alpha = 0,05 \quad n = 10 \quad s_x^2 = 59,11$$

$$P\left(\frac{(n-1)s_x^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s_x^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right) = 0,95 \rightarrow$$

$$P\left(\frac{(10-1) \cdot 59,11}{\chi^2_{0,975}(10-1)} < \sigma^2 < \frac{(10-1) \cdot 59,11}{\chi^2_{0,025}(10-1)}\right) = 0,95 \rightarrow$$

$$P\left(\frac{(10-1) \cdot 59,11}{19,02} < \sigma^2 < \frac{(10-1) \cdot 59,11}{2,7}\right) = 0,95 \rightarrow P(27,97 < \sigma^2 < 197,03) = 0,95$$

Se spolehlivostí 95 % bude rozptyl normálně rozdělené náhodné veličiny podle zmíněných údajů v intervalu mezi 27,97 a 197,03

Zadání příkladu

Pevnost proužků textilie je náhodná veličina s normálním rozdělením. Tato pevnost byla změřena u 25 náhodně vybraných vzorků. Z tohoto výběru byly vypočteny tyto výběrové charakteristiky:

$$\bar{x} = 85,1 \quad s' = 3,25$$

Určete se spolehlivostí 99 %, v jakých mezích se bude pohybovat rozptyl a směrodatná odchylka pevnosti.

Řešení:

$$n = 25 \quad \bar{x} = 85,1 \quad s' = 3,25 \quad \alpha = 0,01$$

$$P\left(\frac{(n-1)s_x^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s_x^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}\right) = 0,99 \rightarrow$$

$$P\left(\frac{(25-1)*3,25^2}{\chi_{0,995}^2(25-1)} < \sigma^2 < \frac{(25-1)*3,25^2}{\chi_{0,005}^2(25-1)}\right) = 0,99 \rightarrow$$

$$P\left(\frac{(25-1)*3,25^2}{45,56} < \sigma^2 < \frac{(25-1)*3,25^2}{9,89}\right) = 0,99 \rightarrow P(5,5641 < \sigma^2 < 25,6320) = 0,99$$

$$P(2,3588 < \sigma < 5,0628) = 0,99$$

Zadání příkladu

Pevnost proužků textilie je náhodná veličina s normálním rozdělením. Tato pevnost byla změřena u 20 náhodně vybraných vzorků. Z tohoto výběru byly vypočteny tyto výběrové charakteristiky:

$$\bar{x} = 85,1 \quad s' = 3,25$$

Testujte na hladině významnosti 5 %, zda je **průměrná** pevnost proužků textilie 88 jednotek.

Řešení:

$$n = 20 \quad \bar{x} = 85,1 \quad s' = 3,25 \quad \alpha = 0,05$$

1) hypotézy

$$H_0: \mu = 88 \quad H_1: \mu \neq 88$$

2) testové kritérium

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s'}{\sqrt{n}}} \rightarrow t = \frac{85,1 - 88}{\frac{3,25}{\sqrt{20}}} \rightarrow t = -3,99$$

3) kritický obor

$$W \equiv \left\{ t; t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cup t \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right\} \rightarrow W \equiv \left\{ t; t \leq t_{0,025}(20-1) \cup t \geq t_{0,975}(20-1) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \left\{ t; t \leq -2,09 \cup t \geq 2,09 \right\} \rightarrow t \in W \rightarrow \text{zamítáme } H_0 \text{ a přijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 5 % jsme prokázali, že průměrná pevnosti proužků textilie není 88 jednotek

zadání příkladu

máme výběrový soubor o rozsahu 20 jednotek, jehož prvky jsou plochy o rozměru 1 m^2 , na nichž se zjišťuje hmotnost nesklizeného zrní v gramech. Hmotnost nesklizeného zrní je náhodná veličina, která má normální rozdělení. Posuďte na hladině významnosti 5 %, zda je střední hmotnost nesklizeného zrní nižší než 7 g na m^2 .

data v gramech:

3,2 8,7 6,5 5,6 6,1 9,5 5,5 6,3 8,0 6,2 5,5 6,2 3,2 8,5 5,6 6,8 6,2 6,6 7,8 6,0

Řešení příkladu:

$n = 20$ $\alpha = 0,05$ $s'^2 = 2,516$ $\mu_0 = 7$ $\bar{x} = 6,4$ malý rozsah, neznáme rozptyl

1) hypotézy

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0$$

2) testové kritérium

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s'}{\sqrt{n}}} \rightarrow t = \frac{6,4 - 7}{\frac{1,5862}{\sqrt{20}}} \rightarrow t = -1,6916$$

3) kritický obor

$$W \equiv \{t; t \leq t_{\alpha}(n-1)\} \rightarrow W \equiv \{t; t \leq t_{0,05}(20-1)\} \rightarrow W \equiv \{t; t \leq -1,73\} \rightarrow$$

$t \notin W \rightarrow$ nezamítáme H_0 a nepřijímáme H_1

Na hladině významnosti 5 % jsme neprokázali, že by byla střední hmotnost nesklizeného zrní nižší než 7 g .

Zadání příkladu

Výrobce stanovil záruční dobu výrobku na dva roky, přičemž předpokládal, že během záruční doby bude nutno opravovat 15 % výrobků. Na hladině významnosti 1 % ověřte, zda výrobce vycházel ze správného předpokladu, jestliže z 900 prodaných výrobků bylo reklamováno 150.

Řešení příkladu:

$$\pi = 0,15 \quad \alpha = 0,01 \quad n = 900 \quad m = 150 \quad p = \frac{1}{6}$$

$$n * \pi * (1 - \pi) > 9 \rightarrow 114,75 > 9$$

1) hypotézy

$$H_0: \pi = 0,15 \quad H_1: \text{non } H_0$$

2) testové kritérium

$$U = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0 * (1 - \pi_0)}{n}}} \rightarrow U = \frac{\frac{1}{6} - 0,15}{\sqrt{\frac{0,15 * (1 - 0,15)}{900}}} \rightarrow U = 1,4$$

3) kritický obor

$$W \equiv \left\{ u; u \leq u_{\frac{\alpha}{2}} \cup u \geq u_{1 - \frac{\alpha}{2}} \right\} \rightarrow W \equiv \left\{ u; u \leq u_{0,005} \cup u \geq u_{0,995} \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \left\{ u; u \leq -2,58 \cup u \geq 2,58 \right\} \rightarrow U \notin W \rightarrow \text{nezamítáme } H_0 \text{ a nepřijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 1 % nezamítáme předpoklad o tom, že podíl opravovaných výrobků bude 15 %.

Zadání příkladu

Zácvik laboranta na optickém přístroji považujeme za ukončený, jestliže při opakovaném měření určitého objektu dosahuje směrodatné odchylky menší než 0,14 mm. Posuďte na hladině významnosti 5 %, zda můžeme zácvik laboranta považovat za ukončený, jestliže výsledky jeho měření jsou následující:

6,42 6,44 6,38 6,21 6,38 6,6 6,51

Předpokládáme normalitu rozdělení měření

Řešení:

$$n = 7 \quad \sigma = 0,14 \quad \sigma^2 = 0,0196 \quad \alpha = 0,05 \quad s_x^2 = 0,015$$

1) hypotézy

$$H_0: \sigma^2 = 0,14^2 \quad H_1: \sigma^2 < 0,14^2$$

2) testové kritérium

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s_x^2}{\sigma_0^2} \rightarrow \chi^2 = \frac{(7-1)*0,015}{0,0196} \rightarrow \chi^2 = 4,5918$$

3) kritický obor

$$W \equiv \{\chi^2; \chi^2 \leq \chi_{\alpha}^2(n-1)\} \rightarrow W \equiv \{\chi^2; \chi^2 \leq \chi_{0,05}^2(7-1)\} \rightarrow W \equiv \{\chi^2; \chi^2 \leq 1,64\} \rightarrow$$

$$\chi^2 \notin W \rightarrow \text{nezamítáme } H_0 \text{ a nepřijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 5 % jsme neprokázali, že by byl zácvik laboranta ukončený.

Zadání příkladu:

Pro porovnání rozptylů stipendií mezi studenty 2. a 4. ročníku VŠ byly provedeny náhodné výběry ve 2. ročníku 10 studentů a ve 4. ročníku 12 studentů. Posuďte na hladině významnosti 5 %, zda jsou rozptyly jejich stipendií v obou ročnících stejné. Předpokládáme normalitu rozdělení stipendií.

Stipendium 2. ročník	2 600	0	0	3 200	0	1 260	4 400	4 400	0	1 520		
Stipendium 4. ročník	0	3 600	2 400	9 800	0	2 400	0	500	0	500	2 400	500

Řešení:

$$n_1 = 12 \quad n_2 = 12 \quad \alpha = 0,05 \quad s_1'^2 = 3267951,111 \quad s_2'^2 = 7848106,060606$$

1) hypotézy

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1: \text{non } H_0$$

2) testové kritérium

$$F = \frac{s_1'^2}{s_2'^2} \rightarrow F = \frac{3267951,111}{7848106,060606} \rightarrow F = 0,4164$$

3) kritický obor

$$W \equiv \left\{ F; F \leq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1) \cup F; F \geq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \left\{ F; F \leq F_{\frac{0,05}{2}}(10 - 1; 12 - 1) \cup F; F \geq F_{1-\frac{0,05}{2}}(10 - 1; 12 - 1) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \{ F; F \leq 0,26 \cup F; F \geq 3,59 \} \rightarrow F \notin W \rightarrow \text{nezamítáme } H_0 \text{ a nepřijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 5 % nezamítáme předpoklad o tom, že by rozptyly stipendií v obou třídách byly stejné

Zadání příkladu

Pro určení rozdílů v průměrné spotřebě benzínu u 2 typů automobilů bylo náhodně vybráno 10 automobilů od každého typu a při rychlosti 90 km/h byly naměřeny tyto hodnoty spotřeby (l/100 km)

Typ 1	6,2	7,3	6,3	5,5	6,8	6,5	6,3	6,6	7,1	6,5
Typ 2	5,7	5,0	5,3	5,6	6,1	5,3	5,8	5,7	5,4	5,5

Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda je rozdíl v průměrné spotřebě obou typů automobilů statisticky významný. Předpokládáme normalitu rozdělení spotřeby benzínu.

Řešení příkladu:

$n_1 = 10$ $n_2 = 10$ $\alpha = 0,05$ testuje se shoda dvou průměrů, neznáme rozptyly, musíme udělat test shody rozptylů abychom si vybrali, která metoda z testů shody dvou průměrů je vhodná.

1a) hypotéza

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

1b) testové kritérium

$$F = \frac{s_1'^2}{s_2'^2} \rightarrow F = \frac{0,252111}{0,096000} \rightarrow F = 2,6262$$

1c) kritický obor

$$W \equiv \left\{ F; F \leq F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1) \cup F; F \geq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \left\{ F; F \leq F_{0,025}(10 - 1; 10 - 1) \cup F; F \geq F_{0,975}(10 - 1; 10 - 1) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \{ F; F \leq 0,25 \cup F; F \geq 4,03 \} \rightarrow$$

$F \notin W \rightarrow$ nezamítáme H_0 a nepřijímáme $H_1 \rightarrow$ považujeme rozptyly za stejné

2a) hypotézy

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

2b) testové kritérium

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1'^2 + (n_2 - 1)s_2'^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \rightarrow$$

$$s_1'^2 = 0,252111 \quad s_2'^2 = 0,096$$

$$\bar{x}_1 = 6,51 \quad \bar{x}_2 = 5,54$$

$$n_1 = 10 \quad n_2 = 10$$

$$t = \frac{6,51 - 5,54}{\sqrt{\frac{(10-1)0,252111 + (10-1)0,096}{10+10-2}} * \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} \rightarrow t = 5,1989$$

2c) kritický obor

$$W \equiv \left\{ t; t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2) \cup t; t \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \left\{ t; t \leq t_{\frac{0,05}{2}}(18) \cup t; t \geq t_{1-\frac{0,05}{2}}(18) \right\} \rightarrow W \equiv \left\{ t; t \leq t_{\frac{0,05}{2}}(18) \cup t; t \geq t_{1-\frac{0,05}{2}}(18) \right\} \rightarrow$$

$$W \equiv \{ t; t \leq -2,1 \cup t; t \geq 2,1 \} \rightarrow$$

$t \in W \rightarrow$ zamítáme H_0 a přijímáme H_1

Na hladině významnosti 5 % jsme prokázali, že existuje statisticky významný rozdíl v průměrné spotřebě dvou automobilů

Zadání stejné příkladu ale máme zadané testové charakteristiky

Z dat byly vypočteny výběrové průměry $\bar{x}_1 = 6,51$ a $\bar{x}_2 = 5,54$ a výběrové rozptyly $s'^2_1 = 0,2521$ a $s'^2_2 = 0,096$. Na hladině významnosti 5 % rozhodněte, zda je průměrná spotřeba druhého typu automobilu významně nižší než u prvního typu. Předpokládáme normalitu rozdělení spotřeby benzínu.

$$n_1 = 10 \quad n_2 = 10 \quad \bar{x}_1 = 6,51 \quad \bar{x}_2 = 5,54 \quad s'^2_1 = 0,2521 \quad s'^2_2 = 0,096 \quad \alpha = 0,05$$

1a) hypotéza

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

1b) výpočet shodnosti rozptylů v SPSS

analyze $\rightarrow$ compare means $\rightarrow$ summary Independent-Samples T-Test $\rightarrow$ vyplnit tabulku, podle dat, které máme zadané (standard deviation = směrodatná odchylka $\rightarrow$ vypočítám ze zadaného výběrového rozptylu $s'^2_i =$ odmocníme oba s'^2_i) $\rightarrow$

$\rightarrow$ vyleze nám tabulka a pod ní Hartleyho test $\rightarrow$ rozhodují jestli jsou rozptyly shodné nebo ne $\rightarrow F = 2,622$ a Sig. = 0,0721 (Sig. = P-value) $\rightarrow P-V > \alpha$ (0,0721 > 0,05) $\rightarrow$

$\rightarrow$ Sig. (P-value) > $\alpha \rightarrow$ platí $H_0 \rightarrow$ nezamítáme H_0 a nepřijímáme H_1

Na hladině významnosti 5 % jsme prokázali, že rozptyly jsou shodné

2a) hypotéza o tom jestli je průměrná spotřeba druhého automobilu významně nižší než u druhého

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 < \mu_2$$

2b) testové kritérium

Podle předešlého výpočtu v SPSS se $t = 5,199$

2c) kritický obor – dle H_1

$$W \equiv \{t; t \geq t_{1-\alpha}(n_1 + n_2 - 2)\} \rightarrow \equiv \{t; t \geq 1,73\} \rightarrow t \in W \rightarrow H_0 \text{ zamítáme a } H_1 \text{ přijímáme}$$

Na hladině významnosti 5 % jsme prokázali, že průměrná spotřeba druhého automobilu je významně nižší než průměrná spotřeba prvního automobilu.

Zadání příkladu

výrobek je dodáván ve třech provedeních – A, B, C. výrobce očekává zájem zákazníků ve struktuře:

- A = 46 %
- B = 32 %
- C = 22 %

Ověřte na hladině významnosti 5 %, zda je předpoklad výrobce správný a to na základě údajů o prodeji za první měsíc, kdy bylo prodáno 600 ks výrobků ve struktuře, kterou uvádí následující tabulka:

výrobek	Struktura prodeje
A	280
B	190
C	130
celkem	600

Řešení:

1) hypotézy

$$H_0: \pi_1 = 0,46 \quad \pi_2 = 0,32 \quad \pi_3 = 0,22$$

$$H_1: \text{non } H_0$$

2) testové kritérium

$$G = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}} \rightarrow$$

Výrobek	Struktura prodeje – pozorovaná (empirická) (n_i)	Teoretické četnosti ($\pi_{0,i}$)	Teoretická struktura prodeje ($n \cdot \pi_{0,i}$)	$\frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}}$
A	280	0,46	276	0,06
B	190	0,32	192	0,02
C	130	0,22	132	0,03
celkem	600	1,00	600	0,11

Podmínka: $n \cdot \pi_{0,i} \geq 5 \rightarrow$ splněno

$$G = 0,11$$

3) kritický obor (k = počet skupin)

$$W \equiv \{G; G \geq \chi^2_{1-\alpha}(k-1)\} \rightarrow W \equiv \{G; G \geq \chi^2_{1-0,05}(3-1)\} \rightarrow W \equiv \{G; G \geq 5,99\} \rightarrow$$

$$G \notin W \rightarrow \text{nezamítáme } H_0 \text{ a nepřijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 5 %, nezamítáme předpoklad o tom, že výrobce to odhadl správně

Řešení v SPSS:

1) Najeat tam zadaný sloupce

VAR 0000 1	VAR0000 2
1	280,00
2	190,00
3	130,00

2) zvážení

Data → weight cases → weight cases by (cetnosti = druhý sloupec)

3a)

Analyze → non parametric test → legacy dialogs → chi-square → test variable list (typ = první sloupec) + values (276 + 192 + 132) + exact (confidence level 95)

3b) vyhodnocení

Chi-Square = G = 0,109

Sig. (P-value) = 0,947 > $\alpha = 0,05$ → nezamítáme H_0 a H_1 nepřijímáme

Zadání příkladu:

Pracovníci na poště zpracovávají přehledy o zkontrolovaných poukázkách. Každý list přehledu nese záznam o 200 poukázkách. Výkon pracovníků se poměřuje počtem závad na zpracovaných listech. Pro normování práce je nutné získat představu o rozdělení listů podle počtu závad. Máme k dispozici údaje o 500 listech (viz tabulka).

Rozhodněte na hladině významnosti 1 %, zda by v této situaci vyhovovalo Poissonovo rozdělení se střední hodnotou $\lambda = 4$

Počet závad (x_i)	Počet listů (n_i)
0	11
1	37
2	65
3	100
4	103
5	80
6	49
7	33
8	10
9	8
10	3
11 a více	1
celkem	500

Řešení:

1) hypotézy

H_0 : počet závad se řídí Po (4)

H_1 : non H_0

2a) testové kritérium

$$G = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}} \rightarrow$$

Počet závad (x_i)	Počet listů (n_i)	$\pi_{0,i} = P_0(4)$	$n * \pi_{0,i}$	$\frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}}$
0	11	0,0183	9,15	0,37
1	37	0,0733	36,65	0,00
2	65	0,1465	73,25	0,93
3	100	0,1954	97,7	0,05
4	103	0,1954	97,7	0,29
5	80	0,1563	78,15	0,04
6	49	0,1042	52,1	0,18
7	33	0,0595	29,75	0,36
8	10	0,0298	14,9	1,61
9	8	0,0132	6,6	0,30
10	3	0,0053	2,65	0,05
11 a více	1	0,0028 (součet $P(11) + P(12) + P(13)$)	1,4	0,11
celkem	500	1,00	500,00	4,29

2b) Třetí sloupec:

- Buďto podle vzorce: $P(x) = e^{-\lambda} * \frac{\lambda^x}{x!}$
- Nebo: Transform $\rightarrow$ compute variable $\rightarrow$ PDF & noncentral PDF + Pdf. Poisson $\rightarrow$ PDF. POISSON (první sloupec, 4)
- **Poslední řádek = 1 – suma předchozích pravděpodobností!!!!**

Podmínka: $n * \pi_{0,i} \geq 5 \rightarrow$ nesplněno

- Druhá podmínka: $n\pi_{0,i} > 1$ a alespoň 80 % tříd musí platit $n\pi_{0,i} \geq 5 \rightarrow$ splněno

$G = 4,29$

3) kritický obor

$$W \equiv \{G; G \geq \chi_{1-\alpha}^2(k - p - 1)\} \rightarrow W \equiv \{G; G \geq \chi_{0,99}^2(12 - 0 - 1)\} \rightarrow$$

$$W \equiv \{G; G \geq 24,725\} \rightarrow G \notin W \rightarrow \text{nezamítáme } H_0 \text{ a nepřijímáme } H_1$$

Na hladině významnosti 1 % nezamítáme předpoklad o tom, že se počet závad řídí Poissonovým rozdělením se střední hodnotou $\lambda = 4$.

Řešení v SPSS:

1) zadání tabulky + vážení

VAR0000	VAR0000
1	7
,00	11,00
1,00	37,00
2,00	65,00
3,00	100,00
4,00	103,00
5,00	80,00
6,00	49,00
7,00	33,00
8,00	10,00
9,00	8,00
10,00	3,00
11,00	1,00

Data → weight cases by (druhý sloupec)

2) výpočet dalších dvou sloupců

$\pi_{0,i} = P_0(4)$	$n * \pi_{0,i}$
0,0183	9,15
0,0733	36,65
0,1465	73,25
0,1954	97,7
0,1954	97,7
0,1563	78,15
0,1042	52,1
0,0595	29,75
0,0298	14,9
0,0132	6,6
0,0053	2,65
0,0028 (součet P(11) + P(12) + P(13))	1,4
1,00	500,00

3)

Analyze → non parametric test → legacy dialogs → chi-square → test variable list (typ = první sloupec) + values (9,15 + 36,65 + 73,25 + ...) + exact (confidence level 99)

- Chi-square = G = 4,3
- Sig. = 0,96 → $0,96 > \alpha (0,01)$ → H_0 nezamítáme a H_1 nepřijímáme

Na hladině významnosti 1 % nezamítáme předpoklad o tom, že se počet závad na zpracovaných listech řídí Poissonovým rozdělením se střední hodnotou $\lambda = 4$

Zadání příkladu

Skupina hráčů, hrající pravidelně hru v kostky, pojala podezření, že jedna z hracích kostek není souměrná. Byla proto podrobena zkoušce 60 hodům s těmito výsledky:

Číslo	n_i
1	13
2	10
3	9
4	11
5	11
6	6
celkem	60

Ověřte na hladině významnosti 1 % hypotézu o souměrnosti kostky

Řešení:

1) hypotézy

$H_0: P(x) = 1/6$ $H_1: \text{non } H_0$

2) testové kritérium

$$G = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}} \rightarrow$$

Číslo	n_i	$\pi_{0,i}$	$n \cdot \pi_{0,i}$	$\frac{(n_i - n\pi_{0,i})^2}{n\pi_{0,i}}$
1	13	1/6	10	0,9
2	10	1/6	10	0
3	9	1/6	10	0,1
4	11	1/6	10	0,1
5	11	1/6	10	0,1
6	6	1/6	10	1,6
celkem	60	1,00	60	2,8

$G = 2,8$

3) kritický obor

$$W \equiv \{G; G \geq \chi_{1-\alpha}^2(k-1)\} \rightarrow W \equiv \{G; G \geq \chi_{1-0,01}^2(6-1)\} \rightarrow W \equiv \{G; G \geq 15,09\} \rightarrow$$

$G \notin W \rightarrow$ nezamítáme H_0 a nepřijímáme H_1

Na hladině významnosti 1 % nezamítáme předpoklad o tom, že kostka je souměrná

Řešení v SPSS:

1)

Zadám data z tabulky (první dva sloupce) → data weight cases → weight cases by (četnosti = druhý sloupec)

2)

Analyze → non parametric test → legacy → chi-square → test variable list (čísla 1 2 3 ...) → all categories equal →

$G = 2,8$

Sig. (P-value) = 0,731 → $0,731 > \alpha = 0,01$ → nezamítáme H_0 a nepřijímáme H_1

